

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA**  
**COORDINACIÓN GENERAL DE FORMACIÓN BÁSICA**  
**COORDINACIÓN GENERAL DE FORMACIÓN PROFESIONAL Y VINCULACIÓN UNIVERSITARIA**  
**PROGRAMA DE UNIDAD DE APRENDIZAJE**

**I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN**

1. **Unidad Académica:** Facultad de Ingeniería, Arquitectura y Diseño, Ensenada; Facultad de Ciencias Químicas e Ingeniería, Tijuana y Facultad de Ingeniería, Mexicali.
2. **Programa Educativo:** Ingeniero en Electrónica
3. **Plan de Estudios:**
4. **Nombre de la Unidad de Aprendizaje:** Variable Compleja
5. **Clave:**
6. **HC:** 02 **HL:** 00 **HT:** 02 **HPC:** 00 **HCL:** 00 **HE:** 02 **CR:** 06
7. **Etapa de Formación a la que Pertenece:** Básica
8. **Carácter de la Unidad de Aprendizaje:** Optativa
9. **Requisitos para Cursar la Unidad de Aprendizaje:** Ninguno



**Equipo de diseño de PUA**

Diego Armando Trujillo Toledo  
Wendy Flores Fuentes  
Cecilia Rodríguez Serrato

**Firma**

**Vo.Bo. de Subdirectores de Unidades Académicas**

Humberto Cervantes de Ávila  
Rocío Alejandra Chávez Santocoy  
Alejandro Mungaray Moctezuma

**Firma**

**Fecha:** 20 de noviembre de 2018

## II. PROPÓSITO DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

El propósito del curso es brindar los fundamentos matemáticos para resolver problemas de circuitos y señales de corriente alterna, procesamiento de señales, sistemas de control y potencia, que involucran variables complejas. La finalidad es relacionar el concepto físico con una variable compleja, así como adquirir habilidades, herramientas y conocimientos para expresar y resolver el modelo matemático de fenómenos físicos.

Esta asignatura forma parte del programa educativo de Ingeniero en Electrónica, se encuentra ubicada en la etapa básica con carácter optativo y pertenece al área de Ciencias Básicas.

## III. COMPETENCIA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Relacionar el concepto de variable compleja con circuitos y señales de corriente alterna, procesamiento de señales, así como con sistemas de control y potencia, realizando operaciones básicas y avanzadas de números complejos por medio de la teoría de variable compleja en la aplicación del análisis y representación de los conceptos, para adquirir el trabajo interdisciplinario que permita profundizar el conocimiento sobre sistemas electrónicos, de una manera sistemática, disciplinada y responsable.

## IV. EVIDENCIA(S) DE DESEMPEÑO

1. Elabora un problemario y cuaderno de evidencia, el cual contemple los temas tratados y sus aplicaciones, debe anexar tareas y ejercicios propuestos por el maestro y resuelto por el alumno, las tareas y ejercicios deben incluir planteamiento, desarrollo, explicación concisa de la resolución de los problemas e interpretación de los resultados obtenidos.
2. Elabora una monografía sobre la aplicación de la variable compleja en sistemas electrónicos.

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD I. Álgebra y geometría de la variable compleja

**Competencia:**

Aplicar el álgebra de los números complejos, mediante operaciones fundamentales, y su interpretación vectorial, con la finalidad de representar el sistema de números complejos, con actitud proactiva, analítica y metodológica.

**Contenido:****Duración:** 6 horas

## 1.1. Números Complejos

1.1.1. Propiedades algebraicas

1.1.2. Operaciones fundamentales

1.1.3. Representación en forma polar

1.1.4. Operaciones en forma polar

## 1.2. El teorema de Moivre y la fórmula de Euler

1.2.1. Raíces de números complejos

1.2.2. Interpretación Vectorial de los números complejos

1.2.3. Proyección estereográfica. Esfera de Riemann

1.2.4. Conjuntos de puntos, definiciones fundamentales: Vecindades y puntos límite

1.2.5. Puntos interiores, exteriores, de frontera. Regiones

## UNIDAD II. Funciones de variable compleja, derivación e integración compleja

### Competencia:

Resolver problemas de diferenciación e integración de funciones de variable compleja, utilizando las reglas de la diferenciación y las propiedades de las integrales, a través de ecuaciones matemáticas, para interpretar las derivadas de orden superior de las funciones de variable complejas, con pensamiento analítico, metodológica y colaborativo.

### Contenido:

**Duración:** 8 horas

- 2.1. Función de variable compleja
  - 2.1.1. Límites de funciones
  - 2.1.2. Continuidad de funciones
  - 2.1.3. Derivada de funciones
  - 2.1.4. Funciones analíticas
  - 2.1.5. Funciones armónicas
- 2.2. Integrales de funciones de variable compleja
  - 2.2.1. Propiedades
  - 2.2.2. Teorema de Cauchy
  - 2.2.3. Teorema de Morera (inversa de Cauchy)

### UNIDAD III. Series de Taylor y Series de Laurent y el Teorema del Residuo

**Competencia:**

Evaluar el desarrollo de funciones de variable compleja, mediante la aplicación de las series de Taylor y las series de Laurent, y el uso del teorema del residuo, a través de ecuaciones matemáticas, para calcular integrales definidas, con una actitud proactiva, pensamiento analítico y metodológico.

**Contenido:****Duración: 8 horas**

- 3.1. Series de funciones de variable compleja
  - 3.1.1. De Taylor
  - 3.1.2. De Laurent
  - 3.1.3. Singularidades de una función de variable compleja
- 3.2. Teorema del residuo
  - 3.2.1. Integración por teorema de residuos
  - 3.2.2. Teoremas especiales para calcular integrales
  - 3.2.3. Algunos desarrollos especiales

## UNIDAD IV. Transformación conforme y aplicaciones en la ingeniería

### Competencia:

Aplicar la transformación conforme a un conjunto de puntos de un plano complejo y llevarlos a su imagen, y viceversa, a través de las ecuaciones de transformación directa e inversa, para resolver aplicaciones de la ingeniería, con una actitud proactiva, creativa, metodológica y colaborativa.

### Contenido:

**Duración:** 10 horas

- 4.1. Transformación conforme
  - 4.1.1. Lineal y bilineal
  - 4.1.2. Transformación de un semiplano sobre un círculo
  - 4.1.3. Transformación de un semiplano sobre un polígono
- 4.2. Aplicaciones en la Ingeniería
  - 4.2.1. Circuitos de corriente alterna
  - 4.2.2. Procesamiento de señales
  - 4.2.3. Sistemas de control y potencia
  - 4.2.4. Electromagnetismo
  - 4.2.5. Aerodinámica

## VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS DE TALLER

No. de Práctica	Competencia	Descripción	Material de Apoyo	Duración
<b>UNIDAD I</b>				
1	Aplicar las operaciones fundamentales de números complejos, a través de ecuaciones matemáticas, para comprender el fundamento del sistema de números complejos y su representación gráfica, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.	<p>El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos de números complejos, las operaciones fundamentales de números complejos y la representación en forma polar de los números complejos.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente, de la aplicación de las operaciones fundamentales de los números complejos y de la representación gráfica de los números complejos en su forma polar.</p> <p>Presentan resultados.</p>	Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.	3 horas
2	Resolver problemas enfocados en aplicaciones prácticas del cálculo de raíces de números complejos y de proyección estereográfica sobre la esfera de Riemann y los conjuntos de puntos sobre el plano complejo, a través de ecuaciones matemáticas, para interpretar las definiciones fundamentales de los conjuntos de puntos del plano complejo, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.	<p>El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos el teorema de Moivre, la fórmula de Euler, la esfera de Riemann, y los conjuntos de puntos.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente, de cálculo de raíces de números complejos, y sobre las definiciones fundamentales de los conjuntos de puntos.</p> <p>Presentan resultados.</p>	Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas	3 horas
<b>UNIDAD II</b>				

3	<p>Resolver problemas de diferenciación de funciones complejas elementales, utilizando las reglas de la diferenciación compleja y a través de ecuaciones matemáticas, para interpretar las derivadas de orden superior de las funciones complejas, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.</p>	<p>El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos de funciones de variable compleja, los teoremas sobre límites y teoremas sobre continuidad, y la diferenciación compleja de las funciones complejas y sus reglas de diferenciación.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente, de aplicación de las operaciones sobre las funciones unívocas y multivaluadas, inversas y otras funciones elementales.</p> <p>Presentan resultados.</p>	<p>Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.</p>	4 horas
4	<p>Resolver problemas enfocados a las aplicaciones prácticas de evaluación de integrales de línea de variable compleja que contengan funciones especiales, realizar cambios de variable y usar las propiedades de las integrales de variable compleja, a través de ecuaciones matemáticas, para interpretar la relación entre las integrales reales de línea e integrales complejas de línea, y las consecuencias del teorema de Cauchy, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.</p>	<p>El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos de integrales complejas de línea de funciones de variable compleja, sus propiedades, el teorema de Cauchy y el teorema de Morera, y las integrales de funciones especiales.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente, de aplicación de las integrales de línea sobre regiones simplemente y múltiplemente conexas, e integrales de funciones especiales.</p> <p>Presentan resultados.</p>	<p>Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.</p>	4 horas
<b>UNIDAD III</b>				
5	<p>Resolver problemas enfocados a las</p>	<p>El docente propone problemas y</p>	<p>Apuntes del curso,</p>	4 horas



	<p>aplicaciones prácticas de convergencia absoluta y convergencia uniforme de sucesiones de funciones y de series de funciones, la aplicación de criterios especiales de convergencia, uso de teoremas sobre convergencia uniforme y teoremas sobre series de potencias, el teorema de Taylor y el teorema de Laurent, y problemas diversos, a través de ecuaciones matemáticas, para evaluar sucesiones de funciones y series de funciones, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.</p>	<p>ejercicios de aplicación de los conceptos de series de funciones, convergencia absoluta y convergencia uniforme de sucesiones y de series, la serie de Taylor y la serie de Laurent, y clasificación de las singularidades de una función de variable compleja.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente, de aplicación de las sucesiones de funciones y serie de funciones, convergencia absoluta y convergencia uniforme donde aplica criterios especiales de convergencia, teoremas sobre convergencia uniforme y teoremas sobre serie de potencias, el teorema de Taylor y el teorema de Laurent y problemas diversos de singularidades.</p> <p>Presentan resultados.</p>	<p>calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.</p>	
6	<p>Resolver problemas enfocados a las aplicaciones prácticas del cálculo de residuos, el cálculo de integrales definidas por este método, con uso de teoremas especiales para calcular integrales y algunos desarrollos especiales, y a través de ecuaciones matemáticas, para evaluar integrales definidas, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.</p>	<p>El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos de residuos, el cálculo de residuos, y el teorema del residuo, para aplicarlo a la evaluación de integrales definidas, los teoremas especiales para el cálculo de integrales y algunos desarrollos especiales.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente, sobre</p>	<p>Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.</p>	4 horas

		la aplicación del cálculo de residuos, y del cálculo de integrales definidas por residuos, usa algunos teoremas especiales, y desarrollos especiales para calcular integrales definidas. Presentan resultados.		
<b>UNIDAD IV</b>				
7	Resolver problemas enfocados a las aplicaciones prácticas de la física, mediante las transformaciones conformes, aplicación al flujo de fluidos líneas equipotenciales y líneas de flujo, con aplicaciones a la electrostática, los circuitos y señales de corriente alterna, serie y transformada de Fourier, el procesamiento de señales, los sistemas de control y potencia, entre otros, y ecuaciones matemáticas, para evaluar respuestas, con pensamiento analítico, ordenado y colaborativo.	El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos de transformaciones conformes, el jacobiano de una transformación, el teorema de la aplicación de Riemann, la transformación lineal y la transformación bilineal, la aplicación de un semiplano a un círculo, y algunas transformaciones especiales. El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente sobre la aplicación de las transformaciones conformes, la transformación lineal y la transformación bilineal, la aplicación de un semiplano a un círculo, y algunas transformaciones especiales. Presentan resultados.	Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.	5 horas
8		El docente propone problemas y ejercicios de aplicación de los conceptos de transformaciones conformes, aplicaciones físicas de las transformaciones conformes, problemas de valor frontera, funciones armónicas y	Apuntes del curso, calculadora, bibliografía, pizarrón, cuaderno, lápices, computadora y software de matemáticas.	5 horas

		<p>conjugadas, problemas de Dirichlet y de Neumann, soluciones a los problemas de Dirichlet de Neumann mediante transformaciones conformes, aplicaciones al flujo de fluidos, potencial complejo, líneas equipotenciales y líneas de flujo, fuentes y sumideros, algunos flujos especiales, aplicaciones a la electrostática: ley de Coulomb, intensidad de campo eléctrico, potencial electrostático, teorema de Gauss, potencial electrostático complejo, carga lineal conductores y capacitancia.</p> <p>El estudiante se reúne en grupo para resolver problemas propuestos por el docente sobre la aplicación de las transformaciones conformes, la transformación lineal y la transformación bilineal, soluciones a los problemas de Dirichlet de Neumann mediante transformaciones conformes, aplicaciones al flujo de fluidos, líneas equipotenciales y líneas de flujo, fuentes y sumideros, aplicaciones a la electrostática.</p> <p>Presenta resultados.</p>		
--	--	--	--	--

## VII. MÉTODO DE TRABAJO

**Encuadre:** El primer día de clase el docente debe establecer la forma de trabajo, criterios de evaluación, calidad de los trabajos académicos, derechos y obligaciones docente-alumno.

### **Estrategia de enseñanza (docente)**

- Realiza exposiciones orales y visuales sobre la temática
- Proporciona bibliografía especializada
- Explica fórmulas a través de soluciones prácticas
- Propicia la participación activa del estudiante
- Realiza y aplica evaluaciones parciales

### **Estrategia de aprendizaje (alumno)**

- Realiza revisiones bibliográficas
- Resuelve problemas propuestos por el docente
- Trabaja en colaboración con compañeros
- Utiliza software especializado de matemáticas
- Resuelve exámenes
- Participa activamente en la clase

## VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La evaluación será llevada a cabo de forma permanente durante el desarrollo de la unidad de aprendizaje de la siguiente manera:

### **Criterios de acreditación**

- Para tener derecho a examen ordinario y extraordinario, el estudiante debe cumplir los porcentajes de asistencia que establece el Estatuto Escolar vigente.
- Calificación en escala del 0 al 100, con un mínimo aprobatorio de 60.

### **Criterios de evaluación**

- |  |      |
|--|------|
| - Evaluaciones: 4 exámenes parciales.....        | 30%  |
| - Prácticas de taller.....                       | 10%  |
| - Evidencia de desempeño 1.....<br>(Problemario) | 30%  |
| - Evidencia de desempeño 2 .....<br>(Monografía) | 30%  |
| Total.....                                       | 100% |

## IX. REFERENCIAS

Básicas	Complementarias
Churchill, R. V. & Brown, J. W. (2014). <i>Complex Variables and Applications</i> (9th ed.). USA: McGraw-Hill.	Ahlfors, L. V. (1979). <i>Complex Analysis: An Introduction to the Theory of Analytic Functions of One Complex Variable</i> (3 <sup>rd</sup> ed.). USA: McGraw-Hill. [clásica]
Conway, J.B. (2012). <i>Functions of One Complex Variable II</i> . USA: Springer. [clásica]	Derrick, W. (1994). <i>Variable Compleja con Aplicaciones</i> . México: Grupo Editorial Iberoamérica. [clásica]
Fernández, A. (2016). <i>Teoría de funciones de variable compleja</i> . España: Editorial Sanz y Torres.	Glyn, J. (2002). <i>Matemáticas Avanzadas para Ingeniería</i> (2 <sup>a</sup> ed.). México: Pearson Prentice Hall. [clásica]
Gómez A. J.F. (2102). <i>Variable Compleja y Aplicaciones, Aplicaciones en Ingeniería</i> . España: Editorial Academia Espanola. [clásica]	Herbert Gross. <i>RES.18-008 Calculus Revisited: Complex Variables, Differential Equations, and Linear Algebra</i> . USA: Institute of Technology: MIT OpenCourseWare. Retrieved from: <a href="https://ocw.mit.edu">https://ocw.mit.edu</a> . License: Creative Commons BY-NC-SA
Marín, J. (2014). <i>Teoría de funciones de variable compleja</i> . México: Editorial Universitaria.	Kreyszig, E. (1996). <i>Matemáticas Avanzadas para Ingeniería Volumen II</i> (2 <sup>a</sup> ed.). México: Limusa. [clásica]
Needham, T. (1999). <i>Visual Complex Analysis</i> . U.K.: Editorial OUP Oxford. [clásica].	
Zill, D. G. y Shanahan, P. D. (2011). <i>Introducción al análisis complejo con aplicaciones</i> . USA: Cengage Learning. [clásica]	

## X. PERFIL DEL DOCENTE

El docente que imparta el curso de Variable Compleja, requiere título en Ingeniería Electrónica o área afín, de preferencia con posgrado en ciencias o ingeniería. Es deseable que cuente con un año de experiencia docente impartiendo asignaturas de matemáticas a nivel superior. Tener habilidad para conducir a los estudiantes en la apropiación del conocimiento a través de preguntas que lleven a la reflexión y al análisis. Tener conocimiento de las TIC actuales que realicen cálculos matemáticos y gráficas en el espacio tridimensional. Es deseable que cuente con experiencia en la aplicación de los contenidos a situaciones reales para despertar el interés y la motivación entre los estudiantes.